લિબર્ટી પેપરસેટ

ધોરણ 10 : ગણિત (સ્ટાન્ડર્ડ)

Full Solution

સમય : 3 કલાક **અસાઈનમેન્ટ પ્રશ્નપત્ર 1**

વિભાગ-A

1. (B) 2 **2.** (A) 1 **3.** (C) સમાંતર **4.** (D) 4 **5.** (C) –77 **6.** (C) 4.5 **7.** –1 **8.** 0 **9.** છેદિકા **10.** 30 **11.** $\pi rl + \pi r^2$ **12.** $\frac{1}{2}$ **13.** ખોટું **14.** ખોટું **15.** ખરું **16.** ખોટું **17.** 21% **18.** 5.5 **19.** 9 **20.** o **21.** (a) $-\frac{b}{a}$ **22.** (c) $-\frac{b}{c}$ **23.** (c) $\sqrt{\frac{1}{4}}$ **24.** (a) 1

વિભાગ-B

25. $a = 306$ અને $b = 657$ લેતાં,

 લ.સા.અ. $(a, b) = \dfrac{a \times b}{\text{ગુ.સા.અ. } (a, b)}$

$\therefore$ લ.સા.અ. (306, 657) $= \dfrac{306 \times 657}{\text{ગુ.સા.અ. } (306, 657)}$

$= \dfrac{306 \times 657}{9}$

$= 22338$

26. લોપની રીત :

$\dfrac{x}{2} + \dfrac{2y}{3} = -1$

$\therefore 3x + 4y = -6$ ...(1)

$x - \dfrac{y}{3} = 3$

$\therefore 3x - y = 9$ ...(2)

સમીકરણ (1) અને સમીકરણ (2) ની બાદબાકી કરતાં,

$$\begin{array}{rcr} 3x + 4y & = & -6 \\ 3x - \ \ y & = & 9 \\ - \quad + & & - \\ \hline \end{array}$$

$\therefore 5y = -15$

$\therefore y = -3$

સમીકરણ (2) માં $y = -3$ મૂકતાં,

$3x - y = 9$

$\therefore 3x + 3 = 9$

$\therefore 3x = 9 - 3$

$\therefore 3x = 6$

$\therefore x = 2$

$\therefore$ સમીકરણયુગ્મનો ઉકેલ : $x = 2, y = -3$

27. $\therefore\ \sqrt{2}\,x^2 + 7x + 5\sqrt{2} = 0$

$\therefore\ \sqrt{2}\,x^2 + 2x + 5x + 5\sqrt{2} = 0$

$\therefore\ \sqrt{2}\,x^2 + 5x + \sqrt{2}\ \sqrt{2}\,x + 5\sqrt{2} = 0$

$\therefore\ x(\sqrt{2}\,x + 5) + \sqrt{2}\,(\sqrt{2}\,x + 5) = 0$

$\therefore\ (\sqrt{2}\,x + 5)\,(x + \sqrt{2}) = 0$

$\therefore\ \sqrt{2}\,x + 5 = 0$ અથવા $x + \sqrt{2} = 0$

$\therefore\ x = \dfrac{-5}{\sqrt{2}}$ અથવા $x = -\sqrt{2}$

$\therefore$ સમીકરણના ઉકેલ : $\dfrac{-5}{\sqrt{2}}$ અને $-\sqrt{2}$

28. $\therefore\ a = 2,\ b = -6,\ c = 3$

$b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4(2)(3) = 36 - 24 = 12$

અહીં, $b^2 - 4ac > 0$ હોવાથી આપેલ સમીકરણનાં બે બીજ ભિન્ન અને વાસ્તવિક છે.

હવે, $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \dfrac{-(-6) \pm \sqrt{12}}{2 \times 2}$

$= \dfrac{6 \pm 2\sqrt{3}}{4}$

$= \dfrac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$

આમ, સમીકરણનાં બીજ $\dfrac{3+\sqrt{3}}{2}$ અને $\dfrac{3-\sqrt{3}}{2}$ છે.

29. અહીં, $a_3 = 5$

$\therefore\ a + 2d = 5$ ...(1)

$a_7 = 9$

$\therefore\ a + 6d = 9$ ...(2)

સમીકરણ (1) માંથી સમીકરણ (2) બાદ કરતાં,

$(a + 2d) - (a + 6d) = 5 - 9$

$\therefore\ a + 2d - a - 6d = -4$

$\therefore\ -4d = -4$

$\therefore\ d = 1$

સમીકરણ (1) માં $d = 1$ મૂકતાં,

$a + 2d = 5$

$\therefore\ a + 2(1) = 5$

$\therefore\ a + 2 = 5$

$\therefore\ a = 3$

$\therefore\ a_1 = a = 3$

$a_2 = a + d = 3 + 1 = 4$

$a_3 = a + 2d = 3 + 2(1) = 3 + 2 = 5$

$a_4 = a + 3d = 3 + 3(1) = 3 + 3 = 6$

આથી, માંગેલ સમાંતર શ્રેણી 3, 4, 5, 6, ... છે.

$2tan^2 45° + cos^2 30° - sin^2 60°$

30. $= 2(1)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

$= 2 + \frac{3}{4} - \frac{3}{4}$

$= 2$

31. ડા.બા. $= \frac{cos\ A}{1 + sin\ A} + \frac{1 + sin\ A}{cos\ A}$

$= \frac{cos^2 A + (1 + \sin A)^2}{cos\ A \cdot (1 + \sin A)}$

$= \frac{cos^2 A + 1 + 2\ sin\ A + sin^2 A}{cos\ A \cdot (1 + \sin A)}$

$= \frac{1 + 1 + 2\ sin\ A}{cos\ A \cdot (1 + \sin A)}$

$= \frac{2 + 2\ sin\ A}{cos\ A \cdot (1 + \sin A)}$

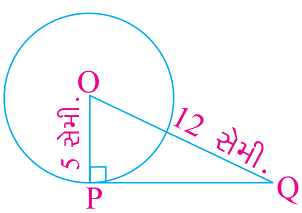
$= \frac{2(1 + \sin A)}{cos\ A \cdot (1 + \sin A)}$

$= \frac{2}{cos\ A}$

$= 2 sec A$

= જ.બા.

32.



Δ OPQ માં $\angle P = 90^\circ$ (પ્રમેય 10.1)

$\therefore$ પાયથાગોરસ પ્રમેય પ્રમાણે,

$OQ^2 = OP^2 + PQ^2$

$\therefore PQ^2 = OQ^2 - OP^2$

$\therefore PQ^2 = (12)^2 - (5)^2$

$\therefore PQ^2 = 144 - 25$

$\therefore PQ^2 = 119$

$\therefore PQ = \sqrt{119}$ સેમી.

33. ધારો કે, આપેલ બે ઘન પૈકી પ્રત્યેકની બાજુનું માપ x સેમી. છે.

$\therefore$ ઘનનું ઘનફળ $= x^3$

$\therefore 64 = x^3$

$\therefore x = 4$ સેમી.

$l = 2x = 2 \times 4 = 8$ સેમી., $b = x = 4$ સેમી. અને

$h = x = 4$ સેમી.

$\therefore$ લંબઘનનું પૃષ્ઠફળ $= 2\,(lb + bh + hl)$

$= 2\,(8 \times 4 + 4 \times 4 + 4 \times 8)$

$= 2\,(32 + 16 + 32)$

$= 2(80)$

$= 160$ સેમી.^{2}

આમ, બે ઘનને જોડવાથી બનતાં લંબઘનનું પૃષ્ઠફળ 160 સેમી.^{2} થાય.

34. બહુલક $Z = l + \left(\dfrac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$

$\therefore Z = 3 + \left(\dfrac{8-7}{2(8)-7-2}\right) \times 2$

$\therefore Z = 3 + \dfrac{1}{7} \times 2 = 3 + \dfrac{2}{7}$

$\therefore Z = 3.286$

આમ, આપેલ માહિતીનો બહુલક 3.286 છે.

35.

માસિક વપરાશ (એકમમાં) (વર્ગ)	ગ્રાહકોની સંખ્યા (f_i)	x_i	u_i	f_iu_i
65 – 85	4	75	– 3	– 12
85 – 105	5	95	– 2	– 10
105 – 125	13	115	– 1	– 13
125 – 145	20	135 = a	0	0
145 – 165	14	155	1	14
165 – 185	8	175	2	16
185 – 205	4	195	3	12
કુલ	68	–	–	7

મધ્યક $\bar{x} = a + \dfrac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i} \times h$

$\therefore \bar{x} = 135 + \dfrac{7}{68} \times 20$

$\therefore \bar{x} = 135 + 2.05$

$\therefore \bar{x} = 137.05$ એકમ

$a = 135,\ h = 20$

36. $P(A) + P(\overline{A}) = 1$

$\therefore (0.8)^2 + P(\overline{A}) = 1$

$\therefore 0.64 + P(\overline{A}) = 1$

$\therefore P(\overline{A}) = 1 - 0.64$

$\therefore P(\overline{A}) = 0.36$

37. પાસાને એકવાર ફેંકવાના પ્રયોગના શક્ય પરિણામો 1, 2, 3, 4, 5, 6 છે.

$\therefore$ પરિણામોની કુલ સંખ્યા = 6

(i) ધારો કે, ઘટના A : પાસા પર અવિભાજ્ય સંખ્યા મળે તે

અહીં, 2, 3 અને 5 એ અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ છે.

$\therefore$ ઘટના A માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા = 3

$$P(A) = \frac{\text{ઘટના A માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા}}{\text{પરિણામોની કુલ સંખ્યા}}$$

$$\therefore P(A) = \frac{3}{6}$$

$$= \frac{3 \times 1}{3 \times 2}$$

$$\therefore \boxed{P(A) = \frac{1}{2}}$$

(iii) ધારો કે, ઘટના B : પાસા પર અયુગ્મ સંખ્યા મળે તે

અહીં, અયુગ્મ સંખ્યાઓ 1, 3, 5 છે.

$\therefore$ ઘટના B માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા = 3

$$\therefore P(B) = \frac{3}{6}$$

$$\therefore P(B) = = \frac{3 \times 1}{3 \times 2}$$

$$\therefore \boxed{P(B) = \frac{1}{2}}$$

વિભાગ-C

38. $\therefore x^2 - 5 = 0$

$\therefore x^2 - (\sqrt{5})^2 = 0$

$\therefore (x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5}) = 0$

$\therefore x - \sqrt{5} = 0$ અથવા $x + \sqrt{5} = 0$

$\therefore x = \sqrt{5}$ અથવા $x = -\sqrt{5}$

ધારો કે, $\alpha = \sqrt{5}$, $\beta = \sqrt{5}$, $a = 1$, $b = 0$, $C = -5$,

$\therefore$ શૂન્યોનો સરવાળો $\alpha + \beta = (\sqrt{5}) + (-\sqrt{5}) = \sqrt{5} - \sqrt{5} = 0 = \frac{-0}{1} = \frac{-b}{a}$

તથા શૂન્યોનો ગુણાકાર $\alpha - \beta = (\sqrt{5})(-\sqrt{5}) = -5 = \frac{-5}{1} = \frac{c}{a}$

39. ધારો કે, $\alpha = 5 + \sqrt{3}$, અને $\beta = 5 - \sqrt{3}$

$\therefore \alpha + \beta = 5 + \sqrt{3}, + 5 - \sqrt{3} = 10$

અને $\alpha - \beta = (5 + \sqrt{3})(5 - \sqrt{3}) = 25 - 3 = 22$

$\therefore$ માંગેલ દ્વિઘાત બહુપદી $= k\ [x^2 - (\alpha + \beta)\ x + \alpha\beta,\ k \neq 0,\ k \in R$

$= k\ [x^2 - 10x + 22]$

40. અહીં, 7 મું પદ 5 માં પદથી 12 વધુ છે.

$\therefore a_7 = a_5 + 12$

$\therefore a_7 - a_5 = 12$

$\therefore (a + 6d) - (a + 4d) = 12$

$\therefore a + 6d - a - 4d = 12$

$\therefore 2d = 12$

$\therefore d = 6$

હવે, ત્રીજું પદ 16 છે.

$\therefore a_3 = 16$

$\therefore a + 2d = 16$

$\therefore a + 2(6) = 16$

$\therefore a + 12 = 16$

$\therefore a = 16 - 12$

$\therefore a = 4$

$\therefore a_1 = a = 4$

$\therefore a_2 = a + d = 4 + 6 = 10$

$\therefore a_3 = a + 2d = 4 + 2(6) = 4 + 12 = 16$

આમ, માંગેલ સમાંતર શ્રેણી 4, 10, 16, 22, ... છે.

41. તળિયાની હારમાં 20 ગોળવા, તેની ઉપરની હારમાં 19 ગોળવા, તેની ઉપરની હારમાં 18 ગોળવા ગોઠવેલ છે. આ પ્રમાણે 200 ગોળવા ગોઠવાય તેટલી હાર બનાવવાની છે.

આમ, હાર પ્રમાણે ગોઠવવામાં આવતી ગોળવાઓની સંખ્યા સમાંતર શ્રેણી 20, 19, 18, ..., n પદ સુધી બને છે, જેમાં n પદોનો સરવાળો 200 થાય.

$\therefore a = 20, d = 19 - 20 = -1, S_n = 200$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$\therefore 200 = \frac{n}{2}[2(20) + (n-1)(-1)]$

$\therefore 400 = n(40 - n + 1)$

$\therefore 400 = n(41 - n)$

$\therefore 400 = 41n - n^2$

$\therefore n^2 - 41n + 400 = 0$

$\therefore n^2 - 25n - 16n + 400 = 0$

$\therefore n(n - 25) - 16(n - 25) = 0$

$\therefore (n - 25)(n - 16) = 0$

$\therefore n - 25 = 0$ અથવા $n - 16 = 0$

$\therefore n = 25$ અથવા $n = 16$

હવે, $a_n = a + (n - 1)d$

$n = 25$ લેતાં,

$a_{25} = 20 + (25 - 1)(-1) = 20 - 24 = -4$

$n = 16$ લેતાં,

$a_{16} = 20 + (16 - 1)(-1) = 20 - 15 = 5$

આમ, 25મી હારમાં ગોઠવાતા ગોળવાઓની સંખ્યા ઋણ (–4) થાય છે, જે શક્ય નથી.

$\therefore n = 16$ અને $a_{16} = 5$

આમ, 200 ગોળવા ગોઠવતાં કુલ 16 હાર બનશે અને સૌથી ઉપરની હારમાં 5 ગોળવા ગોઠવાશે.

42. ધારો કે, X-અક્ષ પરનું બિંદુ P $(x, 0)$ એ બિંદુઓ A $(1, -5)$ અને B $(-4, 5)$ ને જોડતા રેખાખંડનું $m_1 : m_2$ ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરે છે.

$\therefore$ વિભાજન કરતાં બિંદુ P ના યામ

$$= \left(\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right)$$

$$\therefore (x, 0) = \left(\frac{-4m_1 + m_2}{m_1 + m_2}, \frac{5m_1 - 5m_2}{m_1 + m_2}\right)$$

$$\therefore 0 = \frac{5m_1 - 5m_2}{m_1 + m_2} \quad (y\text{-યામ સરખાવતાં})$$

$\therefore 0 = 5m_1 - 5m_2$

$\therefore 5m_1 = 5m_2$

$\therefore m_1 = m_2$

$$\therefore \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{1}$$

$\therefore m_1 : m_2 = 1 : 1$

$$x = \frac{-4m_1 + m_2}{m_1 + m_2} \quad (x\text{-યામ સરખાવતાં})$$

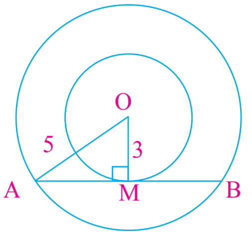
$$\therefore x = \frac{-4(1) + 1}{1 + 1}$$

$$\therefore x = \frac{-4 + 1}{2}$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2}$$

આમ, X-અક્ષ બિંદુઓ A $(1, -5)$ અને B $(-4, 5)$ ને જોડતા રેખાખંડનું $1 : 1$ ગુણોત્તરમાં બિંદુ $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$ પર વિભાજન કરે છે.

43.



અહીં, $\odot(0, 5)$ની જીવા AB એ $\odot(0, 3)$ ને M બિંદુએ સ્પર્શે છે.

તેથી $OM \perp AB$ અને M એ AB નું મધ્યબિંદુ છે.

Δ OMA માં, $\angle OMA = 90°$ છે.

$\therefore AM^2 + OM^2 = OA^2$ (પાયથાગોરસ પ્રમેય)

$\therefore AM^2 + (3)^2 = (5)^2$

$\therefore AM^2 + 9 = 25$

$\therefore AM^2 = 25 - 9$

$\therefore AM^2 = 16$

$\therefore AM = 4$

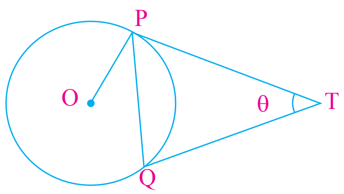
પરંતુ, AB = 2AM છે.

$\therefore AB = 2 \times 4$

$\therefore AB = 8$

આમ, જીવા AB ની લંબાઈ 8 છે.

44.



O કેન્દ્રવાળા વર્તુળના બહારના બિંદુ T માંથી વર્તુળને બે સ્પર્શકો TP અને TQ છે. P અને Q સ્પર્શબિંદુઓ છે.

ધારો કે, $\angle PTQ = \theta$ છે.

હવે, TP = TQ (પ્રમેય 10.2)

તેથી Δ TPQ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ છે.

$$\therefore \angle TPQ = \angle TQP = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle PTQ)$$

$$= \frac{1}{2}(180^\circ - \theta)$$

$$= 90^\circ - \frac{1}{2}\theta$$

હવે, $\angle OPT = 90^\circ$ (પ્રમેય 10.1)

$$\therefore \angle OPQ = \angle OPT - \angle TPQ$$

$$= 90^\circ - \left(90^\circ - \frac{1}{2}\theta\right)$$

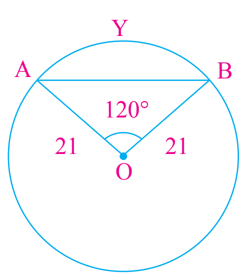
$$= 90^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2}\theta$$

$$= \frac{1}{2}\theta$$

$$\therefore \angle OPQ = \frac{1}{2}\angle PTQ$$

$$\therefore \angle PTQ = 2\angle OPQ$$

45.

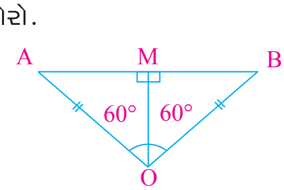


વૃતાંશ OAYB નું ક્ષેત્રફળ $= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

$$= \frac{120}{360} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21$$

$= 462$ સેમી^{2}

હવે, આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે OM $\perp$ AB દોરો.



Δ AMO અને Δ BMO માં,

$\angle$ AMO = $\angle$ BMO (કાટખૂણા)

OA = OB (કર્ણ-ત્રિજ્યા)

OM = OM (સામાન્ય બાજુ)

$\therefore \Delta$ AMO $\cong \Delta$ BMO (કાકબા એકરૂપતા)

આથી, M એ AB નું મધ્યબિંદુ છે અને

$$\angle AOM = \angle BOM = \frac{1}{2} \angle AOB$$

$$= \frac{1}{2} \times 120° = 60°$$

Δ OMA પરથી,

$cos\ 60° = \frac{OM}{OA}$ અને $sin\ 60° = \frac{AM}{OA}$

$\therefore \frac{1}{2} = \frac{OM}{21}$ $\qquad \therefore \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AM}{21}$

$\therefore OM = \frac{21}{2}$ સેમી $\quad \therefore AM = \frac{21\sqrt{3}}{2}$ સેમી

હવે, $AB = 2AM = 2 \times \frac{21\sqrt{3}}{2} = 21\sqrt{3}$ સેમી

તેથી, Δ OAB નું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2} \times AB \times OM$

$$= \frac{1}{2} \times 21\sqrt{3} \times \frac{21}{2}$$

$$= \frac{441}{4}\sqrt{3} \text{ સેમી}^2$$

વૃત્તખંડ AYB નું ક્ષેત્રફળ = વૃતાંશ OAYB નું ક્ષેત્રફળ – Δ OAB નું ક્ષેત્રફળ

$$= 462 - \frac{441}{4}\sqrt{3}$$

$$= \frac{21}{4}(88 - 21\sqrt{3}) \text{ સેમી}^2$$

46. અહીં, પાંચ ચોકટનાં પત્તાં – દસ્સો, ગુલામ, રાણી, રાજા અને એક્કો આપેલ છે.

$\therefore$ પરિણામોની કુલ સંખ્યા = 5

(i) ધારો કે, ઘટના A : ખેંચેલ પત્તું રાણીનું હોય તે

અહીં, 5 પત્તાંમાં રાણીનું 1 પત્તું છે.

$\therefore$ ઘટના A માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા = 1

$$P(A) = \frac{\text{ઘટના A માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા}}{\text{પરિણામોની કુલ સંખ્યા}}$$

$\therefore \boxed{P(A) = \frac{1}{5}}$

(ii) જો રાણીને કાઢીને એક બાજુએ મૂકવામાં આવે, તો દસ્સો, ગુલામ રાજા અને એક્કો પત્તાં બાકી રહે.

$\therefore$ પરિણામોની કુલ સંખ્યા = 4

(a) ધારો કે, ઘટના B : ખેંચેલ પત્તું એક્કો હોય તે

અહીં, 4 પત્તાંમાં એક્કાનું 1 પત્તું છે.

$\therefore$ ઘટના B માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા = 1

$\therefore \boxed{P(B) = \frac{1}{4}}$

(b) ધારો કે, ઘટના C : ખેંચેલ પત્તું રાણીનું હોય તે

અહીં, 4 પત્તાંમાં રાણીનું એક પણ પત્તું નથી.

$\therefore$ ઘટના C માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા = 0

$\therefore P(C) = \frac{0}{4}$

$\therefore \boxed{P(C) = 0}$

વિભાગ-D

47. ધારો કે, બે અંકોની સંખ્યાના દશકનો અંક x અને એકમનો અંક y છે.

$\therefore$ મૂળ સંખ્યા $= 10x + y$

હવે, અંકોની અદલાબદલી કરતાં દશકનો અંક y અને એકમનો અંક x થાય.

$\therefore$ નવી સંખ્યા $= 10y + x$

પહેલી શરત મુજબ, $x + y = 9$ ...(1)

બીજી શરત મુજબ, $9(10x + y) = 2(10y + x)$

$\therefore 90x + 9y = 20y + 2x$

$\therefore 88x - 11y = 0$

$\therefore 8x - y = 0$ ...(2)

સમીકરણ (1) અને સમીકરણ (2) નો સરવાળો કરતાં,

$x + y = 9$

$8x - y = 0$

$\therefore 9x = 9$

$\therefore x = 1$

સમીકરણ (1) માં $x = 1$ મૂકતાં,

$x + y = 9$

$\therefore 1 + y = 9$

$\therefore y = 8$

$\therefore$ મૂળ સંખ્યા $= 10(1) + 8$

$= 10 + 8$

$= 18$

આમ, માંગેલ સંખ્યા 18 છે.

48. ધારો કે, ટ્રેનની મૂળ ઝડપ x કિમી/કલાક છે.

તેની ઝડપ 8 કિમી/કલાક ઓછી કરતાં તેની નવી ઝડપ $(x-8)$ કિમી/કલાક થાય. સમય $= \dfrac{\text{અંતર}}{\text{ઝડપ}}$

હવે, 480 કિમીનું અંતર મૂળઝડપે કાપતાં લાગતો સમય $= \dfrac{480}{x}$ કલાક

તથા 480 કિમીનું અંતર નવી ઝડપે કાપતાં લાગતો સમય $= \dfrac{480}{x-8}$ કલાક

શરત મુજબ $\dfrac{480}{x-8} - \dfrac{480}{x} = 3$

$\therefore 480x - 480(x - 8) = 3x(x - 8)$

$\therefore 480x - 480x + 3840 = 3x^2 - 24x$

$\therefore 0 = 3x^2 - 24x - 3840$

$\therefore x^2 - 8x - 1280 = 0$

$\therefore x^2 - 40x + 32x - 1280 = 0$

$\therefore x(x - 40) + 32(x - 40) = 0$

$\therefore (x - 40)(x - 32) = 0$

$\therefore x - 40 = 0$ અથવા $x + 32 = 0$

$\therefore x = 40$ અથવા $x = -32$

પરંતુ x એ ટ્રેનની મૂળ ઝડપ હોવાથી ઋણ શક્ય નથી.

$\therefore x \neq -32$

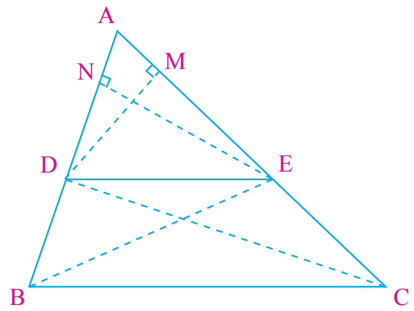
$\therefore x = 40$ કિમી/કલાક

આપ, ટ્રેનની મૂળ ઝડપ 40 કિમી/કલાક હોય.

49. ત્રિકોણની કોઈ એક બાજુને સમાંતર દોરેલી રેખા બાકીની બે બાજુઓને ભિન્ન બિંદુઓમાં છેદે તો તે બાજુઓ પર કપાતા રેખાખંડો તે બાજુઓનું સમપ્રમાણમાં વિભાજન કરે છે.

પક્ષ : Δ ABCની બાજુ BCને સમાંતર રેખા બાકીની બે બાજુઓ AB અને ACને અનુક્રમે D અને Eમાં છેદે છે.

સાધ્ય : $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$



સાબિતી : BE અને CD જોડો અને DM $\perp$ AC અને EN $\perp$ AB દોરો.

ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2} \times$ પાયો $\times$ પાયા પરનો વેધ

$\therefore \quad ar\,(ADE) = \frac{1}{2} AD \times EN$

તથા $\quad ar\,(BDE) = \frac{1}{2} DB \times EN$

$$\therefore \frac{ar\,(ADE)}{ar\,(BDE)} = \frac{\frac{1}{2} \times AD \times EN}{\frac{1}{2} \times DB \times EN} = \frac{AD}{DB} \qquad ...(1)$$

ઉપરાંત $\quad ar\,(ADE) = \frac{1}{2} AE \times DM$

તથા $\quad ar\,(DEC) = \frac{1}{2} EC \times DM$

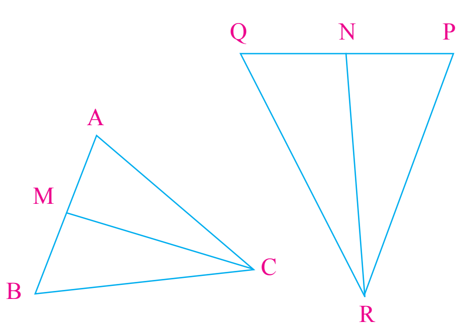
$$\therefore \frac{ar\,(ADE)}{ar\,(DEC)} = \frac{\frac{1}{2} \times AE \times DM}{\frac{1}{2} \times EC \times DM} = \frac{AE}{EC} \qquad ...(2)$$

હવે, Δ BDE અને Δ DEC એક જ પાયા DE પર અને સમાંતર રેખાઓની જોડ BC અને DE વચ્ચે આવેલા છે.

$\therefore ar\,(BDE) = ar\,(DEC)$ ...(3)

પરિણામ (1), (2) અને (3) પરથી $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

50.



(i) ΔAMC ~ ΔPNR

ΔABC ~ ΔPQR આપેલ છે.

$\therefore \frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CA}{RP}$ અને ...(1)

$\angle A = \angle P,\ \angle B = \angle Q,\ \angle C = \angle R$ ...(2)

પરંતુ CM અને RN મધ્યગાઓ હોવાથી,

AB = 2AM અને PQ = 2PN

પરિણામ (1) પરથી, $\frac{AB}{PQ} = \frac{CA}{RP}$

$\therefore \frac{2AM}{2PN} = \frac{CA}{RP}$

$\therefore \frac{AM}{PN} = \frac{CA}{RP}$ ...(3)

પરિણામ (2) પરથી, $\angle A = \angle P$

$\therefore \angle MAC = \angle NPR$ ...(4)

તેથી પરિણામ (3) અને (4) પરથી,

$\Delta AMC \sim \Delta PNR$ (બાખૂબા સમરૂપતા) ...(5)

(ii) $\frac{CM}{RN} = \frac{AB}{PQ}$

પરિણામ (5) પરથી, $\frac{CM}{RN} = \frac{CA}{RP}$ ...(6)

પરંતુ પરિણામ (1) પરથી, $\frac{CA}{RP} = \frac{AB}{PQ}$ ...(7)

$\therefore \frac{CM}{RN} = \frac{AB}{PQ}$ (પરિણામ (6) અને (7)) ...(8)

(iii) $\Delta CMB \sim \Delta RNQ$

પરિણામ (1) પરથી, $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR}$

પરિણામ (8) પરથી, $\frac{CM}{RN} = \frac{BC}{QR}$ ...(9)

હવે, $\frac{CM}{RN} = \frac{AB}{PQ}$ ((8) પરથી)

$\therefore \frac{CM}{RN} = \frac{2BM}{2QN}$

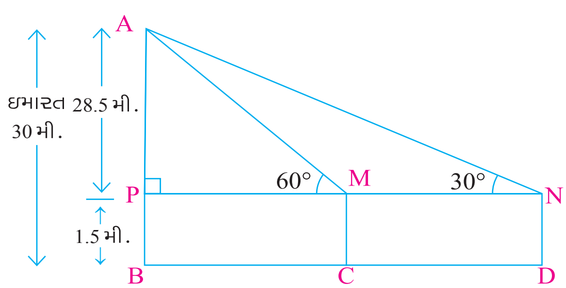
$\therefore \frac{CM}{RN} = \frac{BM}{QN}$ ...(10)

પરિણામ (9) અને (10) પરથી,

$\frac{CM}{RN} = \frac{BC}{QR} = \frac{BM}{QN}$

$\therefore \Delta CMB \sim \Delta RNQ$ (બાબાબા સમરૂપતા)

51.



અહીં, AB ઇમારત, D છોકરાનું પ્રારંભિક સ્થાન, C છોકરાનું અંતિમ સ્થાન છે. N અને M એ આ સ્થાન પર છોકરાની આંખો દર્શાવે છે. ધારો કે, લંબાવેલ NM એ ABને P માં મળે છે.

આથી,

$\angle APM = \angle APN = 90°$, $\angle ANP = 30°$, $\angle AMP = 60°$, ND = MC = PB = 1.5 મી. અને AP = AB – PB = 30 – 1.5 = 28.5 મી.

Δ APMમાં, $\angle APM = 90°$ છે.

$\therefore$ $\tan 60° = \dfrac{AP}{PM}$

$\therefore$ $\sqrt{3} = \dfrac{28.5}{PM}$

$\therefore$ PM $= \dfrac{28.5}{\sqrt{3}}$ મીટર

Δ APNમાં, $\angle APN = 90°$ છે.

$\therefore$ $\tan 30° = \dfrac{AP}{PN}$

$\therefore$ $\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{28.5}{PN}$

$\therefore$ PN $= 28.5\sqrt{3}$ મીટર

છોકરાએ કાપેલ અંતર

$= DC = NM = PN - PM$

$= 28.5\sqrt{3} - \dfrac{28.5}{\sqrt{3}} = \dfrac{85.5 - 28.5}{\sqrt{3}}$

$= \dfrac{57}{\sqrt{3}} = 19\sqrt{3}$ મી.

આમ, છોકરો ઈમારત તરફ $19\sqrt{3}$ મી. ચાલ્યો હશે.

52. સમઘનની બાજુનું માપ $= l = 7$ સેમી.

અર્ધગોલકનો મહત્તમ વ્યાસ = 7 સેમી. થાય.

$\therefore$ ત્રિજ્યા $r = \dfrac{7}{2}$ સેમી.

$\therefore$ પદાર્થનું કુલ પૃષ્ઠફળ

= સમઘનનું પૃષ્ઠફળ + અર્ધગોલકની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ

− અર્ધગોલકના પાયાનું ક્ષેત્રફળ

$= 6l^2 + 2\pi r^2 - \pi r^2$

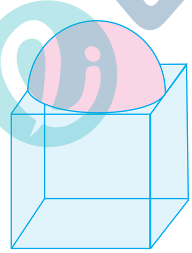
$= 6l^2 + \pi r^2$

$= 6(7)^2 + \dfrac{22}{7} \times \dfrac{7}{2} \times \dfrac{7}{2}$

$= 6(49) + \dfrac{77}{2}$

$= 294 + 38.5$

$= 332.5$ સેમી.^{2}



53. નળાકાર | શંકુ

વ્યાસ = 3 સેમી. | વ્યાસ = 3 સેમી.

$\therefore r = \dfrac{3}{2}$ સેમી. | $\therefore r = \dfrac{3}{2}$ સેમી.

$\therefore$ H = 8 સેમી. | $h = 2$ સેમી.

કુલ લંબાઈ = 12 સેમી.

$\therefore$ નળાકારની ઊંચાઈ + 2 × શંકુની ઊંચાઈ = 12

$\therefore$ H + 2 × 2 = 12

$\therefore$ H + 4 = 12

$\therefore$ H = 12 − 4

$\therefore$ H = 8 સેમી.

હવાનું ઘનફળ = નળાકારનું ઘનફળ + ૨ × શંકુનું ઘનફળ

$$= \pi r^2 H + 2 \times \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$= \pi r^2 \left(H + \frac{2h}{3}\right)$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \left(8 + \frac{2 \times 2}{3}\right)$$

$$= \frac{198}{28} \times \left(\frac{24+4}{3}\right)$$

$$= \frac{198}{28} \times \frac{28}{3}$$

= 66 સેમી.^{3}

આમ, રવિએ બનાવેલ નમૂનામાં 66 સેમી.^{3} હવા સમાશે.

54.

વર્ગ	આવૃત્તિ (f_i)	સંચયી આવૃત્તિ (cf)
0 – 10	5	5
10 – 20	x	$5 + x$
20 – 30	20	$25 + x$
30 – 40	15	$40 + x$
40 – 50	y	$40 + x + y$
50 – 60	5	$45 + x + y$

અહીં, મધ્યસ્થ M = 28.5 અને કુલ આવૃત્તિ $n = 60$ છે.

∴ મધ્યસ્થ વર્ગ = 20 – 30

l = મધ્યસ્થ વર્ગની અધ:સીમા = 20

n = કુલ આવૃત્તિ = 60

cf = મધ્યસ્થ વર્ગની આગળના વર્ગની સંચયી આવૃત્તિ = $5 + x$

f = મધ્યસ્થ વર્ગની આવૃત્તિ = 20

h = વર્ગલંબાઈ = 10

$$M = l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right) \times h$$

$$\therefore 28.5 = 20 + \left(\frac{\frac{60}{2} - (5+x)}{20}\right) \times 10$$

$$\therefore 28.5 - 20 = \frac{(30 - 5 - x) \times 10}{20}$$

$$\therefore \frac{8.5 \times 20}{10} = 25 - x$$

$\therefore 17 = 25 - x$

$\therefore x = 25 - 17$

$\therefore x = 8$

હવે, $\sum f_i = n = 60$

$\therefore 45 + x + y = 60$

$\therefore 45 + 8 + y = 60$

$\therefore 53 + y = 60$

$\therefore y = 60 - 53$

$\therefore y = 7$

આમ, $x = 8$ અને $y = 7$ છે.